

Große Terz, Oktave und Harmonie

Von B. L. van der Waerden, Zürich

1. Die große Terz

In einem sehr lesenswerten Aufsatz über «Harmonie und Tetraktys» (Mus. Helv. 16 [1959] 238) schreibt H. Koller: «Das Fehlen der Terz in der griechischen Theorie der symphonischen Intervalle wird allgemein als der bedeutendste Unterschied der altgriechischen zur abendländischen Musik betrachtet. Es hat daher nicht an Versuchen gefehlt, die Terz doch in den Resten griechischer Musiktheorie aufzuweisen.» Dazu zitiert er, neben Frank und Ahlvers, meine «Harmonielehre der Pythagoreer» (Hermes 78 [1943] 163ff.) und schreibt: «Gegen alle diese Versuche ist einzuwenden, daß sie ausdrücklichen Zeugnissen musiktheoretischer Literatur widersprechen.»

Die letzte Bemerkung scheint mir nicht berechtigt. Bei meinen Untersuchungen über die Rolle, die die große Terz und die verminderte kleine Terz (die den Verhältnissen 5:4 und 7:6 entsprechen) in der Musiktheorie des Archytas von Taras spielten, war ich von den bei Ptolemaios in der Harmonik I 13 überlieferten Tonleiterberechnungen des Archytas ausgegangen. Im enharmonischen Tongeschlecht des Archytas kommt das Intervall 5:4 explizit vor. Das räumt auch Koller ein: «So zeigt es sich, daß Archytas einmal das der großen Terz zugehörige Saitenzahlverhältnis 5:4 errechnet» (S. 239).

Aus der weiteren Argumentation bei Koller ergibt sich, daß es ihm vor allem darauf ankommt, nachzuweisen, daß die griechischen Musiktheoretiker die Terz niemals als ein symphonisches Intervall betrachtet haben. In diesem Punkte stimme ich ihm vollständig bei. In meiner «Harmonielehre der Pythagoreer» (Hermes 78 [1943] 163) habe ich auf S. 166 ausdrücklich betont, daß die große und kleine Terz nicht symphonisch sind. «Über diesen Punkt sind alle unsere Quellen sich einig», schrieb ich damals und führte außer Ptolemaios und Aristoxenos auch noch Nikomachos, Eubulides und Hippiasos als Zeugen an.

In diesen zwei Punkten sind Koller und ich demnach einer Meinung: Die große Terz kommt bei Archytas als Intervall in einer Tonleiter vor, aber sie wurde allgemein nicht als symphonisch betrachtet. Wenn Koller nun meint, daß mein «Versuch» ausdrücklichen Zeugnissen widerspricht, so muß er mich mißverstanden haben.

2. Die Epinomisstelle 990 E–991 B

In meiner erwähnten Hermes-Arbeit habe ich, eine Hypothese von Tannery weiter verfolgend, die Intervalle (5:4) und (7:6) des Archytas aus der Lehre vom arithmetischen und harmonischen Mittel zu erklären versucht. Teilt man nämlich

die Quinte und die Quarte durch das arithmetische oder harmonische Mittel in je zwei Teilintervalle, so erhält man für die Quinte (6:4) genau die Teilintervalle 6:5 und 5:4 und für die Quarte (8:6) ebenso 8:7 und 7:6. Als Stütze für diese Hypothese von Tannery führte ich eine Epinomisstelle an, die bisher den Interpretatoren große Schwierigkeiten geboten hatte.

Der Schlußsatz dieser Epinomisstelle lautet: *τούτων αὐτῶν ἐν τῷ μέσῳ ἐπ' ἀμφοτέρα στρεφομένη τοῖς ἀνθρώποις σύμφωνον χρεῖαν καὶ σύμμετρον ἀπενείματα παιδιᾶς ἑνθμοῦ τε καὶ ἁρμονίας χάριν εὐδαίμονι χορεία Μουσῶν δεδομένη*¹. Koller läßt die Worte *καὶ σύμμετρον ... ἑνθμοῦ* weg und übersetzt so: «Die Analogie aber in ihrer Mitte, die sich nach beiden Seiten wendet, gibt den Menschen den Nutzen der Konsonanz und dem seligen Tanz der Musen die Gunst der Oktave.» – Dazu in einer Fußnote: «Anders B. van der Waerden: 'Wenn man, ausgehend von dem Verhältnis 3:2, noch einmal ein arithmetisches oder harmonisches Mittel bildet, so erhält man die Verhältnisse 5:4 und 6:5. Oder in der Sprache der Musiklehre: Die Quinte wird in große und kleine Terz geteilt'.»

Diese Zusammenstellung von Kollers Übersetzung mit meiner Interpretation scheint mir irreführend. Koller und ich haben beide den fraglichen Satz zuerst übersetzt und dann interpretiert. Um zu einer gerechten Beurteilung zu kommen, sollte man Übersetzung mit Übersetzung vergleichen und Interpretation mit Interpretation.

Meine Übersetzung lautete: «Indem sie sich, von eben diesen (Verhältnissen) ausgehend, selbst wieder von der Mitte aus nach beiden Seiten wendet, schenkte sie (die entgegengesetzte Kraft) den Menschen die wohlklingende Gebundenheit und ebenmäßige Anmut von Spiel, Rhythmus und Harmonie, hingegeben dem glückseligen Reigen der Musen.»

Als Subjekt dieses Satzteils fassen Toeplitz und ich «die Kraft und die ihr nach jeder der Proportionen entgegengesetzte Kraft, die sich immer um die Verdoppelung drehen» auf. So wie der Text überliefert ist, scheint das die einzige Möglichkeit zu sein. Die Arten von Proportionen sind nach der antiken Tradition die geometrische

$$a : x = x : b,$$

die arithmetische

$$a - y = y - b$$

und die harmonische Proportion

$$(a - z) : a = (z - b) : b.$$

Das arithmetische Mittel y und das harmonische Mittel z werden im Text selbst definiert. Bildet man, so sagt uns der Text, zu den Zahlen 6 und 12, die im Verhältnis des Doppelten stehen, das arithmetische und das harmonische Mittel (9 und 8), so erhält man die beiden Verhältnisse

¹ Einen ausführlichen Kommentar zu dieser Stelle gab O. Toeplitz in *Quellen und Studien Gesch. Math.* B 2, 334.

$$12:8 = 9:6 = 3:2$$

$$12:9 = 8:6 = 4:3$$

die in der griechischen Musiklehre und im Text Hemiolion und Epitriton heißen. Musikalisch gesprochen, erhält man durch Teilung der Oktave (12:6) die Quinte und Quarte. So weit stimmt unsere Interpretation mit der von Koller überein, nur konstruiert Koller das Subjekt des Satzes anders.

Nun heißt es im Text, daß dieselbe (Kraft), von den eben genannten Verhältnissen (3:2 und 4:3) ausgehend, in der Mitte (stehend) sich nach beiden Seiten wendet. Das deute ich so, daß dieselbe mittelbildende Kraft, die die Verhältnisse 3:2 und 4:3 hervorgebracht hat, nun ihrerseits auf eben diese beiden Verhältnisse angewandt wird. Indem sie sich von der Mitte aus nach beiden Seiten wendet, teilt sie einerseits das Verhältnis 3:2 (Quinte) durch das arithmetische oder harmonische Mittel in die Teilverhältnisse 6:5 und 5:4, die der großen und kleinen Terz entsprechen, andererseits das Verhältnis 4:3 (Quarte) in 8:7 und 7:6. Aus diesen vier Teilverhältnissen lassen sich, wie ich in Hermes 78 gezeigt habe, alle Intervalle der Tonleitern des Archytas konstruieren. So schenkt uns die verdoppelnde und mittelbildende Kraft in der Tat die wohlklingende Gebundenheit von Harmonie und Musik, wie es im Text gesagt wird.

Der Zweck dieser Ausführungen ist nicht, die Kollersche Interpretation zu widerlegen. Vielleicht kann sie mit dem Text in Einklang gebracht werden. Das müßte aber näher begründet werden, und zwar durch eine vollständige Übersetzung und Interpretation der ganzen Epinomisstelle, nicht nur des letzten Satzes. Was ich wollte, ist nur, meine eigene Interpretation in ein besseres Licht setzen, als sie bei Koller erscheint.

3. Die Harmonie

Jetzt noch ein Wort über den Begriff *ἀρμονία*. Ich habe ihn in meiner Arbeit immer durch «Tonleiter» übersetzt, Koller übersetzt «Oktave». Auf Grund sämtlicher Belegstellen scheint mir jetzt, daß in beiden Interpretationen etwas Wahres steckt, daß aber beide zusammengenommen werden müssen.

Überblickt man die von Koller angeführten Belegstellen für *ἀρμονία* = Oktave, so sieht man, daß an allen diesen Stellen die Harmonie nicht einfach dem Intervall der Oktave gleichgesetzt wird, sondern daß es sich um eine gegliederte Oktave handelt, die in ganz bestimmter Weise aus Teilintervallen zusammengefügt ist. So sagt Aristoteles: «Die Harmonie ... wird von vier Gliedern hervorgebracht und weist zwei Mittel auf ... denn sie gliedert sich in zwei Tetrachorde.» In der Epinomis fällt das Wort Harmonie, nachdem von der Teilung der Oktave in Quinte (Hemiolion) und Quarte (Epitriton) durch das harmonische und arithmetische Mittel die Rede war. Ebenso heißt es bei Philolaos: «Die Harmonie ist als Größe eine Quarte und eine Quinte.»

Auch Koller scheint der Meinung zu sein, daß die «Harmonie» eine durch bestimmte Zwischentöne gegliederte Oktave ist. Denn er schreibt (S. 243): «Nun

kann natürlich diese *ἁρμονία*, diese Oktave, von jedem Ton aus angesetzt werden, wobei aber die beweglichen Intervalle je nach *τόπος* andere Werte bekommen. 'Oktaven', die in die beiden Tetrachorde gegliedert sind, bleiben sie trotzdem.» So spricht er auch von den Oktavengattungen und führt als Beispiele die äolische, lydische, mixolydische, ... Tonart an. Wäre die Harmonie nur eine ungegliederte Oktave, bestehend aus zwei Tönen im Verhältnis 2:1, so könnte man nicht von «Oktavengattungen» reden. Auch Platon gebraucht den Ausdruck *αἱ πᾶσαι ἁρμονίαι* (Staat 400a, Koller S. 243), während es natürlich nur ein Diapason, nur ein Intervall der Oktave gibt.

Im Abschnitt «Tetraktys» benutzt Koller selbst den Ausdruck «gegliederte Oktave». Allerdings ist auf S. 244 unten von der «Symphonie der Oktave, der Harmonie» die Rede. Eine Symphonie im griechischen Sinne ist einfach ein symphones Intervall, sonst nichts. Der Unterschied zwischen der gegliederten und der ungegliederten Oktave, der Harmonia und dem Diapason, scheint also bei Koller nicht klar herausgearbeitet zu sein.

Geht man davon aus, daß «Harmonia» eine in zwei Tetrachorden gegliederte Oktave oder eine Tonleiter im Umfang einer Oktave ist, so versteht man auch Platon, wenn er im Staat 617 B sagt, daß die acht Töne der Sirenen auf den Sternekreisen «zu einer Harmonie zusammenklingen» oder wenn er im Phaidon von der «Harmonie der gestimmten Lyra» spricht.

Mit der Übersetzung, die Koller in der Übersicht am Schlusse seiner Arbeit gibt, nämlich *ἁρμονία* = «Fügung zweier Tetrachorde», bin ich ganz einverstanden.